

MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA EN LA PLANEACIÓN

De las Órdenes de Producción de la Mipyme Litmar Ltda.

Raquel Juliana Salas Rivera
*Coordinadora de Investigaciones
y Profesora Asistente Programas de
Tecnología en Producción Industrial
e Ingeniería Industrial
Fundación Universitaria
Tecnológico Comfenalco*

Jessica Paola Muñoz Sánchez
*Estudiante de IX Semestre,
Universidad Tecnológica de Bolívar*

Grace Paola Herrera Castilla
*Estudiante de IX Semestre,
Universidad Tecnológica de Bolívar*



RESUMEN: Este artículo presenta la implementación de un modelo de programación lineal entera desarrollado para la planeación de las órdenes de los diferentes tipos de productos que fabrica mensualmente la litografía colombiana Litmar Ltda., teniendo en cuenta la información de las demandas, las capacidades de endeudamiento y las disponibilidades de materia prima de la empresa, a través de la identificación de los productos que tienen mayor impacto en la utilidad neta. El software empleado para implementarlo fue GAMS y los resultados obtenidos demostraron que la empresa estaba aceptando la fabricación de órdenes de ciertos tipos de productos que no aportaban significativamente en su utilidad neta. De esta forma, el modelo permite identificar el número de órdenes mensuales a fabricar de cada tipo de producto que la maximizan.

Palabras Clave: Modelo de programación lineal entera, microempresa, órdenes de producción, utilidad neta.

Introducción

La aparición de las microempresas se remonta en Colombia a varios años atrás, y al igual que hoy en día, proporcionan la posibilidad de una fuente de ingresos directa que ayuda a satisfacer las necesidades básicas del microempresario y de sus empleados.

La litografía Litmar Ltda. es una microempresa colombiana de uno de los principales sectores del país, el sector de artes gráficas, ubicada en la ciudad de Cartagena de Indias. Dentro de los artículos que produce, se encuentran, artículos para publicidad, tarjetas, cajas de pudines y libros, los cuales hace bajo un sistema de producción por órdenes. Las órdenes corresponden a unidades que se solicitan de un solo tipo de producto-órdenes de un único producto-.

Las operaciones que se llevan a cabo en la fabricación de los diferentes productos, en Litmar Ltda., se enumeran a continuación.

- 1. Diseño del producto:** Es el primer paso de la producción. Consiste en la elaboración de un modelo por computadora que permite visualizar detalladamente cada una de las características que poseerá el producto final. Se realiza para todos los tipos de productos.
- 2. Impresión de Películas o Negativos:** Los diseños construidos en computadora son impresos en negativos. La impresión se realiza para todos los tipos de productos.
- 3. Quema de Plancha:** Este proceso se realiza inmediatamente se tienen listas las impresiones. Consiste en quemar una plancha metálica con el negativo. Antes de realizar la quema se debe cubrir la máquina con una goma arábica con el fin de

proteger la imagen del negativo. La quema se realiza para todos los tipos de productos.

- 4. Montaje en la Máquina Litográfica:** Cuando se tiene la plancha lista, se comienza su montaje en la máquina litográfica Ofsen, o en la Multilith, de acuerdo al tipo y tamaño del producto. Este proceso también se realiza para todos los tipos de productos.
- 5. Troquelado:** Troquelar es imprimir y sellar una pieza de metal u otro material por medio del troquel, el cual es un borde de madera con cuchillas ubicadas dependiendo de la forma que se le va a dar al papel. Este proceso se realiza únicamente para las cajas y las tarjetas.
- 6. Refile o Acabado:** Este proceso se lleva a cabo sólo con los libros, cuando se han terminado de imprimir cada una de sus hojas. Su finalidad es cuadrar las hojas, engraparlas y empastarlas.

Descripción del Sistema de Producción de Litmar Ltda.

La empresa fabrica bajo un sistema de producción por pedidos los diferentes tipos de producto que ofrece, sin embargo, anteriormente (antes de la implementación del modelo de programación lineal entera), no tenían control sobre el número de órdenes que iban a admitir fabricar en el mes, debido a que, rechazaban y aceptan órdenes, sin saber con certeza cual era la mejor decisión.

Por esa razón, el principal objetivo de nuestro trabajo, fue desarrollar una herramienta de programación de la producción que le permitiera a la empresa identificar las órdenes que realmente estaría en capacidad de producir en un mes determinado, teniendo en cuenta la información de las demandas, las capacidades de

endeudamiento, y las disponibilidades de materia prima, a través de la identificación de los productos que tienen mayor impacto en la utilidad neta.

Planteamiento del modelo matemático de programación lineal entera

El modelo de programación lineal entera formulado para programar la producción de Litmar Ltda. se detalla a continuación.

a. Conjuntos

$I = \text{Productos a elaborar en el mes.}$ Incluye todos los productos que fabrica Litmar Ltda. exceptuando los libros. Para los cuales se cuenta con una orden única (la orden de un único cliente).

- $i = \{1 = \text{tarjeta de } 9 \times 5.5 \text{ cm.}$
 $2 = \text{tarjeta lord sencilla de } 12.5 \times 17.5 \text{ cm.}$
 $3 = \text{tarjeta lord doble de } 12.5 \times 17.5 \text{ cm.}$
 $4 = \text{tarjeta mini lord sencilla de } 10 \times 14 \text{ cm.}$
 $5 = \text{tarjeta doble de } 20 \times 16 \text{ cm.}$
 $6 = \text{tarjeta doble de } 10 \times 17 \text{ cm.}$
 $7 = \text{tarjeta estándar de } 10 \times 12.5 \text{ cm.}$
 $8 = \text{plegable oficio.}$
 $9 = \text{plegable carta.}$
 $10 = \text{facturero carta.}$
 $11 = \text{facturero media carta.}$
 $12 = \text{facturero medio oficio.}$
 $13 = \text{facturero de } 20 \times 23 \}$

$J = \text{Tintas}$

- $j : \{1: \text{ tinta negra}$
 $2: \text{ tinta amarilla}$
 $3: \text{ tinta magenta}$
 $4: \text{ tinta cian}$

$K = \text{Máquinas}$

- $k : \{1: \text{ Multilight}$
 $2: \text{ Ofsen}$

b. Parámetros

- PV_i : Precio de venta asociado al tipo de producto i .
- CE_i : Costos externos asignados al tipo de producto i .
- CI_i : Costos internos asignados al tipo de producto i .
- CF : Costos fijos.
- D_{\max_i} : Demanda máxima a satisfacer del tipo de producto i .
- D_{\min_i} : Demanda mínima a satisfacer del tipo de producto i .
- Pa_i : Cantidad de papel a utilizar al tipo de producto i .
- P : Capacidad de endeudamiento de papel.
- M : Capacidad de endeudamiento para impresión de negativos.
- IN_i : Costo de impresión de negativos, del tipo de producto i .
- Qp : Capacidad de endeudamiento de quema de plancha.
- Q_i : Costo de quema de plancha para el tipo de producto i .
- Tn_{ji} : Costo del tipo de tinta j para el tipo de producto i .
- T_j : Disponibilidad del tipo de tinta j .
- M_k : Disponibilidad de la maquina k .

16. Ma_{ki} : Tiempo de fabricación de la orden asociada al tipo producto i en la máquina k .

17. H : Disponibilidad de horas hombre.

18. Ho_i : Horas hombre utilizadas en el tipo de producto i

c. Variable

X_i = Cantidad de unidades del producto i a producir en el mes.

Corresponde al número máximo de unidades que podrá aceptar fabricar la compañía de cada tipo de producto. La suma de las unidades del producto.

d. Restricciones

1. Restricción de demanda mínima

$$X_i \geq D \min_i, \forall i \quad (1)$$

2. Restricción de demanda máxima

$$X_i \leq D \max_i, \forall i \quad (2)$$

3. Restricción capacidad de endeudamiento para la impresión de negativos

$$\sum_i IN_i X_i \leq I \quad (3)$$

4. Restricción capacidad de endeudamiento para quema de plancha

$$\sum_i Q_i X_i \leq Qp \quad (4)$$

5. Restricción de disponibilidad por máquinas

$$\sum_i Ma_{ki} X_i \leq M_k, \forall k \quad (5)$$

6. Restricción horas hombre

$$\sum_i Ho_i X_i \leq H \quad (6)$$

7. Restricción de tinta

$$\sum_i Tn_{ij} X_i \leq T_j, \forall j \quad (7)$$

8. Disponibilidad del papel determinada por la capacidad de endeudamiento del mismo.

$$\sum_i Pa_i X_i \leq P \quad (8)$$

e. Función objetivo

La función objetivo consiste en la maximización de la utilidad neta, es decir: Ingresos – Costos. La clasificación detallada de los ingresos y costos se presenta a continuación:

La ecuación que corresponde a la función objetivo es la siguiente.

$$\sum X_i [PV_i - (CI_i + CE_i)] - CF$$

Aclaraciones sobre parámetros

- Los costos externos corresponden al costo de los procesos que se realizan por fuera de la litografía, quema de plancha e impresión de negativos.
- Los costos internos corresponden a los costos asociados a los materiales directos como la tinta y el papel.

3. Dentro de los costos fijos se incluyeron el costo de arrendamiento del local, los costos de servicios públicos y los sueldos mensuales de los empleados.
4. La empresa no mantiene inventario de papel, así mismo, no maneja una cantidad límite a emplear en la producción, pero sí un límite de endeudamiento en papel. Para ello, cuenta con proveedores que le conceden un crédito abierto a 30, 60 o 90 días dentro de los cuales pueden solicitar la cantidad de papel necesaria en el momento necesario.
5. Al igual que con el papel, la empresa posee un crédito con un periódico de la ciudad que utiliza para cubrir los requerimientos de impresión de negativos.
6. La empresa mantiene inventario de tintas. Y compra máximo 5 kilos al mes de todas las clases de tintas, excepto de la negra, de la que puede comprar un máximo de 10 kilos.
7. Las horas máquinas corresponden al tiempo que tarda la máquina procesando una unidad de cada tipo de producto, incluyendo el tiempo de preparación de la maquina, qué es el que se gasta cuando se limpia la mantilla de la maquina al cambiar de color.
8. Cada máquina puede trabajar 6 horas diarias y cada empleado 8 horas diarias.

Interpretación de restricciones

Restricción (1): Las unidades a fabricar del tipo de producto i debe ser mayor o igual al estimado de la demanda mínima mensual de unidades ordenadas.

Restricción (2): Las órdenes a fabricar del tipo de producto i debe ser menor o igual al estimado de la demanda máxima mensual de unidades ordenadas.

Restricción (3): Indica la capacidad de endeudamiento en impresión de negativos, corresponde al tope máximo de crédito que se le ofrece a Litmar Ltda. en un mes.

Restricción (4): Indica la capacidad de endeudamiento de la quema de plancha, corresponde al tope máximo de crédito que se le ofrece a Litmar Ltda. en un mes.

Restricción (5): Indica la capacidad en horas de las máquinas.

Restricción (6): Indica la disponibilidad en horas hombre.

Restricción (7): Indica la capacidad en disponibilidad de tinta.

Restricción (8): Indica la capacidad de endeudamiento de la empresa en papel, corresponde al tope máximo de crédito que se le ofrece a Litmar Ltda. en un mes.

Solución y resultados del modelo matemático

El software empleado para implementar el modelo de programación lineal entera descrito anteriormente fue GAMS.

GAMS arrojó los siguientes resultados.

Valor óptimo Función Objetivo = \$ 6.692.443,86.

Los valores obtenidos para la variable X_i se observan en la tabla 1 y 2.

Tabla 1. Resultados arrojados por GAMS para el número de unidades de cada tipo de producto vs. las unidades promedios producidas anteriormente por Litmar Ltda.

Tipo de producto i	Número promedio de unidades producidas anteriormente	Número de unidades en el modelo
X_1	7.33	10
X_2	3.83	2
X_3	6.83	3
X_4	4.5	2
X_5	7	12
X_6	7.66	2
X_7	1	10
X_8	3.16	4
X_9	2	3
X_{10}	3.83	2
X_{11}	11.16	15
X_{12}	7.66	3
X_{13}	1	1

Tabla 2. Número promedio de órdenes aceptadas actualmente de cada tipo de producto vs. el número promedio de órdenes sugeridas a aceptar por el modelo a Litmar Ltda.

Tipo de producto i	Número promedio de unidades solicitadas por orden	Número promedio de órdenes aceptadas actualmente	Número promedio de órdenes a aceptar sugeridas por el modelo
X_1	7.33	10	10
X_2	3.83	2	2
X_3	6.83	3	3
X_4	4.5	2	2
X_5	7	12	12
X_6	7.66	2	2
X_7	1	10	10
X_8	3.16	4	4
X_9	2	3	3
X_{10}	3.83	2	2
X_{11}	11.16	15	15
X_{12}	7.66	3	3
X_{13}	1	1	1

Los resultados del modelo de programación lineal entera implementado en GAMS indicaron lo siguiente:

A la empresa le resultaba más provechoso rechazar 2.5 unidades de tarjetas mini lord sencilla de 10*14cm (X_4) para aceptar la realización de 5 unidades más de tarjetas doble de 20*16cm (X_5) de los que se hacían normalmente.

El número de unidades de las tarjetas doble de 10*17 cm. (X_6) y el de los factureros medio oficio (X_{12}) que se estaban aceptando no contribuyen significativamente a la utilidad neta, por lo que el modelo propuso producir una cantidad menor de ellos.

Al mes, Litmar Ltda. debía aceptar la fabricación de una unidad de factureros de 20*23 cm ($\frac{1}{m}$), que concordó con la cantidad que estaba aceptando fabricar de este producto mensualmente.

El modelo propuso aceptar la producción de más unidades de tarjetas estándar ($\frac{1}{n}$) (10 por mes) en vez de una (1 por mes), ya que su fabricación contribuía significativamente a la utilidad neta.

CONCLUSIONES

Los resultados del modelo de programación lineal entera implementado permitieron confirmar que Litmar Ltda. no estaba tomando la mejor decisión en la fabricación de sus productos. Existían productos que no influían significativamente en su utilidad neta mientras que otras combinaciones de ellos sí lo hacían. Antes del modelo, el único control que tenían sobre la producción era el de los límites de endeudamiento en la realización de las operaciones de quema de plancha e impresión de negativos. Porque no existía una planeación y programación de la producción basada en objetivos. El modelo permitió definir un objetivo para la empresa, que fue el de maximizar su utilidad neta. Lo hizo a través de la identificación de las cantidades de cada uno de los productos que la maximizaban (identificación de las combinaciones de cantidades de los productos que la maximizaban). El modelo implementado es entonces una herramienta útil y de fácil uso por Litmar Ltda., a

través del cual, mensualmente, se pueden planear las órdenes a aceptar producir de los diferentes tipos de productos.

Las limitaciones que genera la reducida dimensión de las microempresas colombianas en aspectos tales como, la excesiva dependencia de sus propios fondos, la restricción de acceso al crédito bancario, la existencia de altos costos financieros; y deficiencias estructurales, las limitan de tomar ventaja de las oportunidades de la globalización. En esta medida, el modelo propuesto se convierte en una contribución al incremento de las posibilidades de Litmar Ltda. para enfrentar estos cambios.

Referencias bibliográficas

- Lieberman, H. *Introducción a la Investigación de Operaciones*. Octava Edición. Mc Graw Hill. Bogotá, Colombia, Vol. 1. pp. 1061. 2006.
- Ferrer, L, Coves, A.M, De Los Santos, M.A. "An Optimization Model of Distribution Transport Using Integer Linear Programming". *Ingeniare. Revista de Ingeniería* 2004.
- Gasparini, F.F, Qassim, R.Y. "A Mixed Integer Linear Programming Model For Set Up Reduction Superstructures". *International Journal of Production Research*, Vol. 41, N° 5. 2003.
- Mendes, M., Mikhailov, M.D, Qassim, R.Y. "A Mixed Integer Linear Programming Model For Part Mix, Tool Allocation, and Process Plan Selection in CNC Machine Centres". *International Journal of Production Research*, Vol. 43, N° 11. 2003.