

## Aplicación de la Carta de Control EWMA-CV para la Optimización del Monitoreo del Peso en la Leche Pasteurizada en Bolsa

Marley Cecilia Vergara Benavides<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Docente, Programa de Tecnología en Control de Calidad, Fundación Universitaria Tecnológico Comfenalco (FUTCO), Sede A, Barrio España, Cra. 44 D No. 30 A-91, Cartagena, Colombia.

marley.vergara@gmail.com

### RESUMEN

En procesos de producción del sector lácteo, donde se monitorean variables aleatorias continuas cuyas medias y varianzas no son constantes y guardan relación de proporcionalidad entre sí, no se pueden aplicar los esquemas tradicionales como las cartas de control de Shewhart, la de sumas acumuladas (*CUSUM*) y la de promedios móviles ponderados exponencialmente (*EWMA*). Pues la utilización de los mismos conduce a análisis e interpretaciones erróneas en el proceso. Esta investigación tuvo como objetivo aplicar la carta de control *EWMA-CV* en el monitoreo del peso de las bolsas de leche pasteurizada en presentación de 946 ml. Se detectaron pequeños y medianos cambios en el coeficiente de variación del proceso, lo que permite optimizar la producción. Para esto, se siguió la metodología expuesta en la carta *EWMA-CV* y se tomaron como referencia los límites de control expuestos en la misma. Adicionalmente, se consideró una longitud promedio de corrida (*ARL*) inicial de 370 con lo que se encontró que el proceso está fuera de control estadístico, motivo por el cual debe ajustarse para impedir que las bolsas de leche tengan más contenido de lo establecido.

**Palabras claves:** Carta *EWMA-CV*, carta Shewhart, coeficiente de variación, pasteurización, peso.

### ABSTRACT

In production processes in the dairy sector, where continuous random variables are monitored, whose means and variances are not constant and do not have proportionality among the, the traditional schemes such as the Shewhart control charts, the cumulative sum (*CUSUM*), and the exponentially weighted moving average (*EWMA*) cannot be applied since they may lead to misinterpretations of the process. This study aimed to apply the letter *EWMA-CV* to monitor the weight of the pasteurized milk bags (946 ml). Small and medium changes in the coefficient of variation of the process were detected, which permitted to optimize the production process. For this, the methodology outlined in the letter *EWMA-CV* was utilized and the control limits in it were set as a reference. Additionally, an initial average run length (*ARL*) of 370 was considered. It was found that the process is out of statistical control, which indicates that the process must be adjusted to impede the bags overfilling.

**Key words:** *EWMA-CV*-charts, Shewhart control charts, coefficient of variation, pasteurization, weight.

## 1. INTRODUCCIÓN

El estudio se realizó en una empresa del sector lácteo que se dedica a la compra, proceso, venta y distribución de leche y sus derivados. Dentro de los productos que ofrece al mercado se encuentra la bolsa de leche pasteurizada. Esta tiene presentaciones en bolsas de 200 ml, 473 ml, 750 ml, 900 ml y 946 ml.

El monitoreo del peso de las bolsas de leche es de vital importancia para la empresa, ya que el exceso en el contenido de las mismas ocasionaría pérdidas económicas y aumentaría los costos de producción, los cuales se verían reflejados en el consumidor debido a que los precios del producto aumentarían. A su vez, poco contenido de leche es un indicador de posibles fallas en el proceso de producción, debido a que la empresa estaría vendiendo en el mercado productos que no cumplen con el contenido estipulado. Esto traería como consecuencia sanciones económicas para la empresa, por parte de las entidades responsables de la vigilancia del peso.

El sistema de control de calidad que aplica la empresa para monitorear el peso de las bolsas de leche, está basado en el uso de registro de pesos por lote. Sin embargo, este sistema de monitoreo presenta falencias, pues la mayoría de las bolsas empacadas tienen más contenido del establecido, lo cual genera millonarias pérdidas anuales.

Esta situación hace que sea necesario aplicar un nuevo proceso de modernización del control de calidad de peso de las bolsas en la empresa, que permita aumentar la cantidad de producto producido y disminuya los costos de producción.

Dado que el peso de las bolsas varía de lote a lote como pudo observarse en los valores no constantes que arrojaron la media y la varianza. Usualmente, estos valores (media y varianza) guardan relación de proporcionalidad entre sí, lo que corrobora la necesidad del cambio propuesto para el control de calidad. Se propone entonces para dicho fin la utilización de la carta de control EWMA para el coeficiente de variación (EWMA-CV) (Vergara y Vargas, 2011).

Este artículo presenta, en la primera parte, un breve resumen sobre las teorías de cartas de control Shewhart, CUSUM, EWMA y EWMA-CV. Posteriormente, presenta el desarrollo metodológico de la investigación y los resultados. Finalmente, se dan algunas conclusiones y recomendaciones.

## 2. MARCO TEÓRICO Y ESTADO DEL ARTE

El alto desarrollo científico y tecnológico producido durante las últimas décadas, ha traído como consecuencia la globalización en los mercados mundiales. En su afán por surgir y mantenerse en ellos, las empresas se han visto en la necesidad de implementar y desarrollar nuevas técnicas de control de calidad en sus procesos de producción, que les permitan producir y ofrecer artículos y servicios de excelente calidad a bajos costos; pues los consumidores, debido a la inmensa gama de productos ofrecidos en el mercado, son cada vez más exigentes en este aspecto.

Entre las técnicas más utilizadas por las empresas para inspeccionar sus productos y servicios se encuentran las cartas de control. La carta X barra es la más utilizada para monitorear la media de un proceso, y las cartas R o S para

inspeccionar la variabilidad del mismo. Estos esquemas son muy buenos en la detección de grandes cambios en los parámetros del proceso, mientras que las cartas *CUSUM* y *EWMA* se utilizan para detectar pequeños cambios en los parámetros del proceso de producción.

Las *CUSUM* fueron propuestas por Page (1954). Inicialmente, estas fueron utilizadas para detectar pequeños cambios en la media de un proceso de producción. Fue tal el éxito de estas cartas en los procesos para monitoreo en línea, que pronto se extendieron para monitorear la variabilidad del mismo. Es así como se propone la carta *CUSUM-R*, en la cual define la estadística de control:

$$C_t^+ = \max \left[ 0, \frac{R_t}{\sigma_0} - k + C_{t-1}^+ \right] \quad (1)$$

$$C_t^- = \min \left[ 0, \frac{R_t}{\sigma_0} + k + C_{t-1}^- \right] \quad (2)$$

siendo:

$$k = \frac{d_2}{2} \left( 1 + \frac{\sigma_a}{\sigma_0} \right)$$

el valor de referencia que depende de la constante predeterminada para el tamaño de subgrupo  $d_2$  y de las desviaciones estándar inicial y grupal  $\sigma_0$  y  $\sigma_a$ .  $C_0^+ = 0$  y  $C_0^- = 0$  son los valores iniciales,  $R_t$  es el rango del subgrupo  $t$ ,  $C_{t-1}^+$  y  $C_{t-1}^-$  son las sumas acumuladas superiores e inferiores del subgrupo  $(t - 1)$ . El proceso es considerado bajo control si las sumas acumuladas superiores e inferiores ( $C_t^+$  y  $C_t^-$ ) caen dentro del intervalo  $(-h, h)$ .

Luego, Hawkins (1981) y Acosta et al. (1999) proponen el esquema *CUSUM* para monitorear

la dispersión de un proceso. A partir de un conjunto de variables aleatorias normales e idénticamente distribuidas, definen las sumas acumuladas mediante las ecuaciones 3 y 4:

$$C_t^+ = \max \left[ 0, V_t - k + C_{t-1}^+ \right] \quad (3)$$

$$C_t^- = \min \left[ 0, V_t + k + C_{t-1}^- \right] \quad (4)$$

donde,  $k$  es el valor de referencia,  $V_t$  es el estadístico establecido para la carta, y  $C_0^+ = 0$  y  $C_0^- = 0$  son los valores iniciales. Para el monitoreo de la carta *CUSUM-S*, la estadística  $V_t$  adopta la forma:

$$V_t = \frac{S_t}{\sigma_0}$$

, y el valor de referencia  $k$  adopta la forma

$$k = \frac{c_4}{2} \left( 1 + \frac{\sigma_a}{\sigma_0} \right)$$

donde,  $c_4$  es una constante predeterminada que depende del tamaño del subgrupo y  $S_t$  es la desviación estándar del subgrupo  $t$  (Vargas, 2007). El proceso es considerado bajo control si las sumas  $C_t^+$  y  $C_t^-$  y caen dentro del intervalo  $(-h, h)$ . Petrodjojo et al. (2002) definen la estadística  $V_t$  como:

$$Y_t = \frac{nS_t^2}{\sigma_a^2}$$

Así que cuando el proceso se encuentra bajo control, se tiene que:

$$Y_t \sim \chi_{n-1}^2 \quad ; \text{de lo contrario}$$

$$\frac{nS_t^2}{\sigma_a^2} \sim \chi_{n-1}^2. \text{ Así que } Y_t = \frac{nS_t^2}{\sigma_a^2} \frac{\sigma_a^2}{\sigma_0^2} \sim K^2 \chi_{n-1}^2, \text{ con}$$

valor de referencia  $k = \frac{\sigma_a}{\sigma_0}$

Concluyen que este esquema se encuentra bajo control si  $K = 1$ ; en caso contrario, se asume que hay un cambio en la variabilidad del proceso.

Chang y Gan (2003), modifican la carta propuesta por Petrodjojo et al. (2002), tomando

$$Y_t = \left( \frac{n \ln S^2}{\sigma_a^2} \right) \frac{\sigma_a^2}{\sigma_0^2} \sim K^2 \chi_{n-1}^2$$

así que  $Vt = K^2 Y$  y  $K = \sigma_a / \sigma_0$  es constante, de donde sus sumas acumuladas quedarían expresadas como (ecuaciones 5 y 6):

$$C_t^+ = \max \left[ 0, K^2 Y_t - k + C_{t-1}^+ \right] \quad (5)$$

$$C_t^- = \min \left[ 0, K^2 Y_t + k + C_{t-1}^- \right] \quad (6)$$

Nuevamente, el esquema es considerado bajo control si las sumas caen dentro del intervalo  $(-h, h)$ .

Uno de los primeros investigadores que inicia el estudio para el coeficiente de variación ( $\gamma$ ) es Mckay (1932), quien aproxima su función de distribución a través de una función  $(X_{n-1})^2$  y, posteriormente, la extiende a una distribución  $t$ , concluyendo que su aproximación debe usarse solo cuando  $\gamma < 0.33$ .

Posteriormente, Hendrick y Robey (1936), demuestran que la función de distribución para el coeficiente de variación se expresa como:

$$f(v) = k(v) \left[ \int_{r=0}^{\infty} r^{n-1} \exp[-(ar - b(v))] dr \right]$$

donde,

$$a = \frac{n^{3/2}}{\sigma^2}, \quad b(v) = a\mu \cos(v), \quad v = \arctan(w)$$

$$y \quad k(v) = n^{\frac{n}{2}} \frac{\sin^{n-2} \exp\left(-n\mu^2 \frac{\sin^2(v)}{2\sigma^2}\right)}{2^{\frac{n}{2}-1} \sigma^n \sqrt{n} \Gamma\left\{\frac{|n-1|}{2}\right\}}$$

Esta función  $f(v)$  da aproximaciones precisas para valores pequeños de  $\gamma$ , pero no para valores grandes de la misma. Iglewicz (1967)

observa que  $T = \sqrt{n} * W^1$  tiene una distribución no central con  $(n - 1)$  grados de libertad y parámetro de no centralidad  $\sqrt{n}/\gamma$ , lo cual utiliza para expresa la función de distribución para el coeficiente de variación y mostrar que esta tiene momentos infinitos debido a que la distribución normal es siempre positiva para valores cercanos a cero.

Reh y Scheffler (1996) solucionan el problema de momentos infinitos planteado por Iglewicz (1967), tomando un conjunto de variables aleatorias truncadas unilateralmente en cero, esto es,  $P(\gamma < 0) \approx 0$ ; y aproximan el primer y el segundo momento de la función de distribución para el coeficiente de variación mediante las ecuaciones 7 y 8:

$$E(W) = \gamma \left[ 1 + \frac{1}{n} \left( \gamma^2 - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{n^2} \left( 3\gamma^4 - \frac{\gamma^2}{4} - \frac{7}{32} \right) \right] + \frac{\gamma}{n^2} \left[ 15\gamma^6 - \frac{3\gamma^4}{4} - \frac{7\gamma^2}{32} - \frac{19}{128} \right] \quad (7)$$

$$Var(W) = \gamma^2 \left[ \frac{1}{n} \left( \gamma^2 + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{n^2} \left( 8\gamma^4 + \gamma^2 + \frac{8}{3} \right) + \frac{1}{n^3} \left( 69\gamma^6 + \frac{7}{2}\gamma^4 + \frac{3}{4}\gamma^2 + \frac{3}{16} \right) \right] \quad (8)$$

Desarrollando test de significancia e intervalos de confianza para el coeficiente de variación, los cuales llevaron al análisis de las propiedades de esta función de distribución.

Luego Hawkins et al. (2007), deducen la forma canónica para la función de distribución para el coeficiente de variación  $[C(\gamma, m)]$ , tomando el conjunto de variables aleatorias independientes  $Y$  y  $V$  y, donde  $Y$  se distribuye normal con media  $\gamma^{-1}$  y varianza 1, y  $V$  tiene una distribución Chi-cuadrado con  $m$  grados de libertad. Toma la transformación  $U = V/Y$  y se obtiene la función de densidad para  $U$ , la cual se escribe como:

$$f_1(u) = \frac{A(u)}{(1+u^2)^{\frac{m+1}{2}}} I_m \left( \frac{1}{\gamma(1+u^2)^{0.5}} \right) \text{ si } u \geq 0$$

$$f_2(u) = \frac{(-1)^{m-1} A(u)}{(1+u^2)^{\frac{m+1}{2}}} I_m \left( \frac{1}{\gamma(1+u^2)^{0.5}} \right) \text{ si } u < 0$$

donde,

$$A(u) = \frac{u^{m+1} \exp\left(-\frac{u^2}{2\gamma^2(u^2+1)}\right)}{2\sqrt{\pi}\sqrt{m}\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)2^{\frac{m-2}{2}}}$$

$$\text{y } I_f(b) = \int_0^\infty q^m \exp\left[-\frac{1}{2}(q-b)^2\right] dq$$

Además, consideran el hecho de que la desviación estándar ( $\sigma$ ) de una muestra aleatoria distribuida normalmente de tamaño  $n$  sea directamente proporcional a la media  $\sigma = \mu\gamma$  (definir estas dos variables), originando que el coeficiente de variación muestral  $W$  dado por:

$$W = \sqrt{n} \left( \frac{V}{Y} \right)$$

sea  $\sqrt{n}$  veces la función de distribución canónica

$$C\left(\frac{\gamma}{n}, n-1\right)$$

Posteriormente, diseñan la carta de control Shewhart para el coeficiente de variación (*Shewhart-CV*), la cual tiene como valor objetivo o límite central a  $\gamma$  y utilizan límites de control probabilísticos para estimar los límites de control superior e inferior de este esquema; de tal forma que  $ARL = 370$  cuando el proceso se encuentre bajo control. Este esquema es sensible en la detección de grandes cambios en el coeficiente de variación del proceso.

En cuanto a la carta *EWMA* se tiene que esta fue diseñada por Roberts (1959), quien tomó un conjunto de variables aleatorias distribuidas normalmente con media y varianza constantes, definiendo el estadístico de control como:

$$Z_t = \lambda X_t + (1-\lambda)Z_{t-1}, \quad t = 1, 2, \dots \quad (9)$$

siendo,  $0 < \lambda \leq 1$  la constante de suavizamiento y  $Z_0 = \mu_0$  el valor objetivo. Con límites de control superior (*UCL*) e inferior (*LCL*) dados en las ecuaciones 10 y 11:

$$UCL = Z_0 + L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \quad (10)$$

$$LCL = Z_0 - L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \quad (11)$$

siendo  $L$  una constante positiva y  $\sigma$  la desviación estándar del proceso. Posteriormente, Clowder (1987) y Lucas y Michael (1990) estudiaron sus propiedades.

La sensibilidad demostrada por la carta *EWMA* en la detección de cambios pequeños en la media de un proceso de producción, hizo que esta se extendiera al estudio de la variabilidad del mismo. Es así como Stephen y Hamilton (1992) proponen calcular la estadística *EWMA* para la variabilidad de un proceso tomando  $X_t = L_n(S_t^2)$ , donde  $S_t^2$  es la varianza del  $n$ -ésimo subgrupo, apoyándose en aproximaciones derivadas de la media y la varianza de  $L_n(S_t^2)$  para definir los límites de control de la carta (Vargas, 2006).

Acosta-Mejía y Pignatiello Jr (2000) utilizan cadenas de Markov para encontrar valores de  $L$  para una *ARL* en control. Philippe (2005) mejora la sensibilidad de la carta propuesta por Stephen y Hamilton (1992), aplicándole una transformación tripamétrica a  $S_t^2$ :

$$X_t = a + b \ln(S_t^2 + c),$$

donde  $a, b$  y  $c > 0$  son seleccionadas de tal forma que  $X_t$  tenga aproximadamente una distribución normal.

Finalmente, Vergara y Vargas (2001), proponen la carta de control *EWMA* para el coeficiente de variación (*EWMA-CV*), tomando como estadístico de control:

$$Z_t = \lambda W_t - (1 - \lambda) Z_{t-1}, \quad t = 1, 2, 3 \dots \quad (12)$$

donde,  $0 < \lambda \leq 1$  es la constante de suavizamiento y  $Z_0 = W_0$  es el valor objetivo.

Vergara y Vargas (2011) toman como límites de control superior (*UCL*) e inferior (*LCL*) a (ecuaciones 13 y 14):

$$UCL = W_0 + L\sigma_w \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \quad (13)$$

$$LCL = W_0 - L\sigma_w \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \quad (14)$$

siendo  $L$  una constante positiva y  $\sigma_w$  la raíz cuadrada de la ecuación 8. Este esquema es más sensible en la detección de pequeños y medianos cambios en el coeficiente de variación del proceso que la carta *Shewhart-CV*.

### 3. MATERIALES Y MÉTODOS

#### 3.1 Visita de campo

El día 28 de Agosto del 2012, se realizó la observación *in situ* del proceso de leche en bolsa pasteurizada en presentación de 946 ml, en la sede de la empresa de lácteos ubicada en Cartagena. Durante la visita a la empresa se observaron cada una de las etapas de este proceso, las cuales son en orden cronológico: la recepción de la materia prima, filtración, enfriamiento, almacenamiento, toma de muestras, pasteurización, almacenamiento y envasado.

Se obtiene el peso de la leche ( $P$ ) mediante la ecuación  $P = \rho * v$  (donde,  $\rho$  es la densidad de la leche con un valor de 1.030 g/ml y el volumen  $v$  es de 946 ml). El valor es de 974.38 g.

Dado que el peso promedio permitido de la bolsa vacía para esta presentación es 5g, se tiene que el valor nominal para el peso de la bolsa de leche pasteurizada en presentación de 946 ml en la empresa de lácteos es de 979.2 g. Como la norma *NTC 2167* "Industrias alimentarias. Productos alimenticios empacados y contenido neto" de 1995, establece que la tolerancia permitida para el contenido en gramos de estas bolsas es de  $\pm 15$ g, la empresa toma los siguientes límites de especificación para indicar que su producto cumple con los estándares establecidos:

$$\begin{aligned} LEI &= 963.0 \text{ g} \\ LEC &= 979.2 \text{ g} \\ LES &= 994.6 \text{ g} \end{aligned}$$

Siendo *LEI*, *LES* y *LEC* los límites de especificación inferior, superior y central respectivamente.

#### 3.2 Recolección de muestras

Siguiendo la metodología propuesta por Vergara y Vargas (2011), se recogieron 45 muestras ( $m = 45$ ) con tamaño de subgrupo 5 ( $n = 5$ ) correspondientes a los pesos de las bolsas de leche pasteurizada en presentación de 946 ml cúbicos. Estas muestras fueron tomadas cada 10 minutos ( $t = 10$ ) con ayuda de una balanza digital, previamente calibrada, marca *OHAUS* modelo *Adventurer*, con margen de error tolerado de  $\pm 0.1$  g. Las medias y los coeficientes de variación en porcentajes ( $W\%$ ) recolectados por 35 subgrupos son presentados parcialmente la tabla 1.

**Tabla 1.** Media y coeficiente de variación muestral de los pesos de la bolsa de leche en presentación de 946 ml.

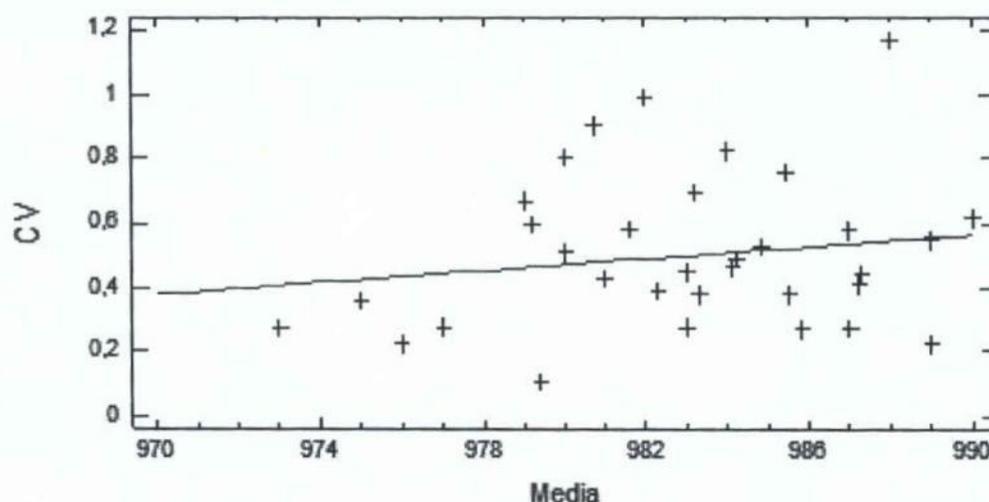
Número de muestra	Media	W (%)	Número de Muestra	Media	W (%)
1	985.8	0.27	19	987.0	0.28
2	987.3	0.44	20	989.0	0.23
3	987.2	0.41	21	979.2	0.60
4	985.4	0.76	22	980.7	0.90
5	981.6	0.58	23	982.3	0.39
6	983.2	0.70	24	973.0	0.28
7	979.4	0.11	25	983.0	0.28
8	984.1	0.47	26	990.0	0.62
9	984.2	0.49	27	988.0	1.17
10	984.8	0.53	28	980.0	0.81
11	985.5	0.38	29	984.0	0.83
12	983.3	0.38	30	982.0	0.99
13	989.0	0.55	31	979.0	0.67
14	987.0	0.28	32	981.0	0.43
15	987.0	0.58	33	976.0	0.23
16	983.0	0.45	34	980.0	0.51
17	975.0	0.36	35	977.0	0.28
18	983.0	0.28			

## 4. RESULTADOS

### 4.1 Verificación de los supuestos

Se realizó una gráfica de CV vs. la media muestral (figura 2) con el fin de verificar el supuesto de que la desviación estándar muestral de los pesos de las bolsas de leche pasteurizada en presentación de 946 ml es aproximadamente proporcional a la media muestral del proceso (con un CV constante).

En la figura 1 puede observarse que la suposición de CV constante es apropiada cerca del tercer orden de la variación de la magnitud. Además, el test de regresión presentado en la tabla 2 confirma que no existe evidencia de que el coeficiente de variación depende de la media. Por tal razón, tiene sentido utilizar la carta de control EWMA-CV para monitorear este proceso.



**Figura 1.** Coeficiente de variación versus media muestral

**Tabla 2.** Test de regresión de dependencia de CV y media

Fuente de variación	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrado medio del error	F-Valor	P-valor
Modelo	1	0.00551	0.00551	0.10	0.7574
Error	43	2.45229	0.05703		
Total	44	2.45780			

Según Hawkins et al. (2007), bajo un proceso en Fase II, el límite de control central ( $W$ ) es 0.01.

$$LC = \hat{\sigma} = \sqrt{\sum_i \frac{1}{m} W_i^2} = \sqrt{\frac{1}{45} \times 0.001310017} = 0.01$$

Siguiendo Vergara y Vargas (2011), se tiene que el valor de  $L$  que garantiza una  $ARL = 370$  (para un tamaño de subgrupo  $n = 5$  y una constante de suavizamiento  $\lambda = 0.2$ ) es de 2.9788 ( $L = 2.9788$ ). Es así que los límites de control superior e inferior para la carta propuesta para el monitoreo del proceso según las ecuaciones 8, 13 y 14 son:

$$LCS = 0.01 + 2.9788 \times (0.0341357) \sqrt{\frac{0.2}{(2-0.2)}} = 0.01338945$$

$$LCI = 0.01 - 2.9788 \times (0.0341357) \sqrt{\frac{0.2}{(2-0.2)}} = 0.00661055$$

La figura 2 muestra el monitoreo del coeficiente de variación para el peso de las bolsas de leche pasteurizadas en presentación de 946 ml presentados en la tabla 1, mediante la carta de control EWMA-CV.

Como puede observarse, la figura 2 muestra un proceso fuera de control. Esto indica que hay una gran variabilidad en el coeficiente de variación de los pesos de las bolsas de leche pasteurizada en presentación un litro, es decir, las bolsas de leche tienen más peso del que deberían.

## 5. CONCLUSIONES

La observación *in situ* del proceso realizada por el grupo de investigadores arrojó como resultado que la empresa de lácteos presenta graves problemas en la sección de empaque y sellado de las bolsas de leche pasteurizada en presentación de 946 ml, hecho que fue corroborado mediante la recolección, análisis, interpretación y aplicación de la carta de control EWMA-CV. Esta carta muestra claramente que existen pequeños cambios en el coeficiente de variación del proceso, lo cual implica que las bolsas de leche tienen más peso que el establecido por las normas fijadas por la empresa, lo que a su vez representa millonarias pérdidas anuales.

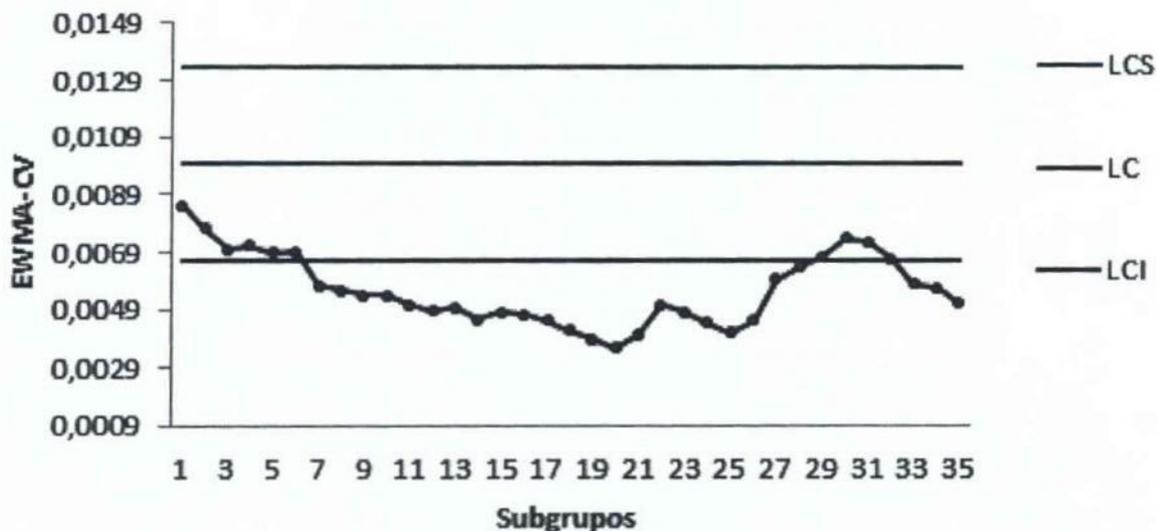


Figura 2. Carta de control EWMA-CV para el peso de las bolsas de leche

Es claro que la empresa no utiliza ningún tipo de carta de control para monitorear su proceso y que solo utiliza límites de especificaciones, los cuales son muy grandes y generan una baja capacidad para el proceso. Por último, se recomienda a la empresa de lácteos implementar el uso de la carta *EWMA-CV* en el monitoreo de los pesos de las bolsas de leche en presentación un litro, pues esta les permitiría un ahorro promedio de cien 100 pesos (\$100) por unidad producida en la materia prima y producir anualmente más bolsas de leche con los mismos litros. Para esto sería necesario diseñar un software computacional que les permita monitorear el proceso mediante el uso de la carta propuesta en este estudio.

## REFERENCIAS

- Acosta-Mejía, C. A. and Pignatiello Jr., J. (2000).** Monitoring Process Dispersion without Subgrouping. *Journal Quality Technology* 32, 89–102.
- Acosta, C., Mejia, J., Pignatello, J., and Reo, V. (1999).** A Comparison of Control Charting Procedures for Monitoring Process Dispersion. *IIE Transactions* 31: 569-579.
- Chang, T. C., and Gan, F. F. (1995).** Accumulative sum control chart for monitoring process variance. *Journal of Quality Technology*, 27:109–119.
- Clowder, S. V. (1987).** A Simple Method for Studying Run-length Distributions of Exponentially Weighted Moving Average Charts. *Technometrics* 29, 401–407.
- Hawkins, D. M. (1981).** A CUSUM for a Scale Parameter. Wiley.
- Hawkins, D. M., Lee, M. S., and Seong, Y. J. (2007).** A control chart for the coefficient of variation. *Journal Quality Technology*, 39:151-158.
- Hendrick, W. A. and Robey, K. (1936).** The Sampling Distribution of the Coefficient of Variation. *The Annals of Mathematical Statistics*, 7:129-132.
- Iglewicz, B. (1967).** Some Properties of the Sample Coefficient of Variation. PhD thesis, Virginia Polytechnic Institute.
- Lucas, J.M. and Michael, S.S. (1990).** Exponentially Weighted Moving Average Control schemes: Properties and enhancements, *Technometrics* 32, 1–12.
- Mckay, A. T. (1932).** Distribution of the Coefficient of Variation and Extended t Distribution. *Journal of the Royal Statistical Society*, 95:695-699.
- Page, E. S. (1954).** Continuous Inspection Schemes. *Biometrika*, 41:100–114.
- Page, E. S. (1963).** Controlling the standard deviation by CUSUM and warning lines. *Technometrics*, 5:307–315.
- Petrodjojo, S., Abdollahian, A., and Narayan, C. (2002).** Optimal CUSUM schemes for monitoring variability. Hindawi Publishing Corp.
- Philippe, C. (2005).** A new S2 – EWMA Control Chart for Monitoring the Process Variance. *Quality and Reliability Engineering International* 21, 781–794.
- Reh, W. and Scheffler, B. (1996).** Significance Test and Confidence Intervals for Coefficients of Variation. *Computational Statistics and Data Analysis*, 22:449-452.
- Roberts, S. W. (1959),** Control chart tests based on geometric moving averages. *Technometrics* 42, 97–102.

**Stephen, V. C. y Hamilton, M. D. (1992).** An EWMA for monitoring a process standard deviation. *Journal Quality Technology* 24, 12–21.

**Vargas, J. A. (2006).** Control Estadístico de Calidad. Universidad Nacional de Colombia, Colombia

**Vergara, M. C. y Vargas, J. A. (2011).** Carta de control EWMA para el coeficiente de variación. Mg tesis. Universidad Nacional de Colombia.